



ALMA MATER STUDIORUM
UNIVERSITÀ DI BOLOGNA
CAMPUS DI RIMINI

EQUAZIONI DI GRADO SUPERIORE AL SECONDO

Monica Bagagli

PRECORSO DI MATEMATICA GENERALE CLET E CLEI

$$P(X)=0$$

con $P(x)$ polinomio di grado $n > 2$

EQUAZIONI RISOLUBILI CON LA SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

In generale è possibile cercare una o più soluzioni dell'equazione $P(x)=0$, con $P(x)$ polinomio di grado n , scomponendo il polinomio in un prodotto di polinomi di grado minore di n e applicando la legge di annullamento del prodotto

Esempio

$$(x+1)(x^2+5x+6)(x-4)=0$$

Per la legge di annullamento del prodotto si ha:

$$X+1=0$$



$$X = -1$$

V

$$X^2+5X+6=0$$



$$\frac{-5 \pm \sqrt{25-24}}{2} = \frac{-5 \pm 1}{2} = \begin{cases} x = -3 \\ x = -2 \end{cases}$$

V

$$X-4=0$$



$$X = 4$$

$$S = \{-3, -2, -1, 4\}$$



Esempio

$$3x^4 - 2x^3 - x^2 = 0$$

$$x^2(3x^2 - 2x - 1) = 0$$

$$x^2 = 0 \quad V$$



$$x_1 = x_2 = 0$$

$$3x^2 - 2x - 1 = 0$$



$$\frac{1 \pm \sqrt{1+3}}{3} = \frac{1 \pm 2}{3} =$$

$$x = -\frac{1}{3}$$

$$x = 1$$

$$S = \left\{ -\frac{1}{3}, 0, 1 \right\}$$



Esempio

$$x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$$

$$x^2(x-1) - 4(x-1) = 0$$

$$(x-1)(x^2-4)=0$$

$$(x-1)(x+2)(x-2)=0$$

$$x-1=0$$

∨

$$x+2=0$$

∨

$$x-2=0$$



$$x=1$$



$$x=-2$$



$$x=2$$

$$S=\{1, -2, 2\}$$



Esempio

$$x^3 - 3x^2 + x - 3 = 0$$

$$x^2(x - 3) + (x - 3) = 0$$

$$(x-3)(x^2+1)=0$$

$$x-3=0$$

∨

$$x^2+1=0$$



$$x=3$$

$$x^2=-1$$

Impossibile

$$S=\{3\}$$



EQUAZIONI BINOMIE

Un'equazione binomia è riconducibile alla forma:

$$ax^n + b = 0$$

dove n è un numero intero positivo e a e b sono numeri reali, con $a \neq 0$.

Per $n=1$ oppure $n=2$ l'equazione è di primo grado o di secondo grado.

Negli altri casi, per risolvere l'equazione in \mathbb{R} basta ricavare x^n e utilizzare la definizione di radice di un numero.

Se l'esponente n è dispari:

$$x^5 + 32 = 0 \quad \longrightarrow \quad x^5 = -32$$
$$x = \sqrt[5]{-32} = -2$$

Se l'esponente è pari:

$$a) x^4 - 32 = 0 \quad \longrightarrow \quad x^4 = 32$$

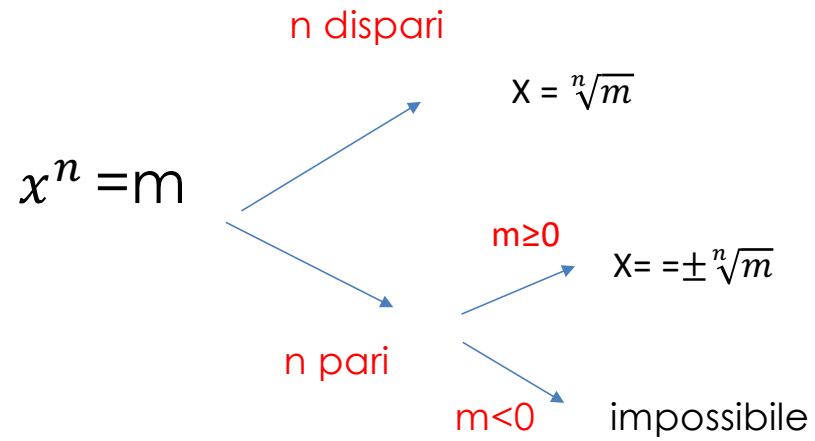
$$x = \pm \sqrt[4]{32}$$

$$x = -2\sqrt[4]{2} \quad \vee \quad x = 2\sqrt[4]{2}$$

$$b) x^4 + 32 = 0 \quad \longrightarrow \quad x^4 = -32$$

Non ha soluzioni reali.

Riassumendo:



Esercizio 3:

Prava finale 18.09.09

$$\frac{x^4 - 16}{x - 2} = 0$$

C. E.

$x \neq 2$

$$x^4 - 16 = 0$$

$$(x^2 + 4)(x^2 - 4) = 0$$

$$(x^2 + 4)(x + 2)(x - 2) = 0$$

$$x^2 + 4 = 0 \quad \vee \quad x + 2 = 0 \quad \vee \quad x - 2 = 0$$

\Downarrow

$$x^2 = -4$$

IMP.

\Downarrow

$$x = -2$$

\Downarrow

$$x = 2$$

NON ACC.

$$x = -2$$

$$S = \{-2\}$$



EQUAZIONI TRINOMIE

Un'equazione trinomia è riconducibile alla forma:

$$ax^{2n} + bx^n + c = 0$$

dove n è un numero intero positivo e a , b , c sono numeri reali, con $a \neq 0$.

L'incognita compare due volte e con esponenti l'uno il doppio dell'altro.

In generale, ponendo $x^n = t$ si riconducono ad equazioni di 2° grado e, successivamente, ad equazioni binomie.

Esempio:

$$x^6 + 7x^3 - 8 = 0$$

Posto $x^3 = t$ si ha $x^6 = t^2$:

$$t^2 + 7t - 8 = 0$$

$$t = \frac{-7 \pm \sqrt{49 + 32}}{2} = \frac{-7 \pm \sqrt{81}}{2} = \frac{-7 \pm 9}{2}$$

$$t = -8 \vee t = 1 \quad \longrightarrow \quad \begin{array}{l} x^3 = -8 \quad \longrightarrow \quad x = \sqrt[3]{-8} = -2 \\ x^3 = 1 \quad \longrightarrow \quad x = \sqrt[3]{1} = 1 \end{array}$$

$$S = \{-2, 1\}$$



EQUAZIONI BIQUADRATICHE

Un'equazione biquadratica è un'equazione trinomia in cui $n=2$, riconducibile alla forma:

$$ax^4 + bx^2 + c = 0 \quad \text{con } a \neq 0$$

Esempio:

$$4x^4 - 17x^2 + 4 = 0 \quad \text{posto } x^2 = t \quad \text{si ha } x^4 = t^2$$

$$4t^2 - 17t + 4 = 0$$

$$t = \frac{17 \pm \sqrt{289 - 64}}{8} = \frac{17 \pm 15}{8}$$

$$x^2 = \frac{1}{4} \longrightarrow x = \pm \frac{1}{2}$$

$$x^2 = 4 \longrightarrow x = \pm 2$$

$$S = \left\{ -2, 2, -\frac{1}{2}, \frac{1}{2} \right\}$$



ESERCIZI

$$① \quad 3x^3 + 24 = 0$$

$$② \quad 2(-x-5) + 8x = 6(x+1)$$

$$③ \quad \frac{2x+3}{x-1} + 2 = 1$$

$$④ \quad 2x^2 - 50 = 0$$

$$⑤ \quad x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$⑥ \quad x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$⑦ \quad x^5 = 0$$

$$⑧ \quad x^3 + 125 = 0$$

$$⑨ \quad x^2 - 9x + 14 = 0$$



$$10) 3x - 2x^2 = 0$$

$$11) 2(x - 3) = 2x + 6$$



$$① \quad 3x^3 + 24 = 0$$

$$3x^3 = -24$$

$$x^3 = -8$$

$$x = \sqrt[3]{-8} = -2$$

$$② \quad 2(-x-5) + 8x = 6(x+1)$$

$$-2x - 10 + 8x = 6x + 6$$

$$0x = 16 \quad \text{imp.}$$

$$S = \emptyset$$



$$\textcircled{3} \quad \frac{2x+3}{x-1} + 2 = 1 \quad \begin{array}{l} \text{C.E.} \\ x-1 \neq 0 \\ x \neq 1 \end{array}$$

$$\frac{2x+3+2x-2}{x-1} = \frac{x-1}{x-1}$$

$$3x = -2$$

$$x = -\frac{2}{3} \quad \text{sol. Acc.}$$

$$S = \left\{ -\frac{2}{3} \right\}$$



$$4) \quad 2x^2 - 50 = 0$$

$$2(x^2 - 25) = 0$$

$$x^2 - 25 = 0$$

$$(x-5)(x+5) = 0$$

$$x-5=0 \quad \vee \quad x+5=0$$

$$\Downarrow$$

$$x=5$$

$$\Downarrow$$

$$x=-5$$

$$S = \{-5, 5\}$$



$$5) \quad x^2 + 4x + 2 = 0$$

$$x_{1,2} = -2 \pm \sqrt{4-2}$$
$$= -2 \pm \sqrt{2}$$

$$S = \{-2 - \sqrt{2}, -2 + \sqrt{2}\}$$

$$6) \quad x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$x_{1,2} = 3 \pm \sqrt{9-9}$$

$$x_1 = x_2 = 3$$

$$S = \{3\}$$



$$7) \quad x^5 = 0$$

$$x = 0$$

$$S = \{0\}$$

$$8) \quad x^3 + 125 = 0$$

$$x^3 = -125$$

$$x = \sqrt[3]{-125}$$

$$x = -5$$

$$9) \quad x^2 - 9x + 14 = 0$$

$$x_{1,2} = \frac{9 \pm \sqrt{81 - 56}}{2}$$

$$= \frac{9 \pm \sqrt{25}}{2}$$

$$= \frac{9 \pm 5}{2} \begin{matrix} & 2 \\ & / \\ & \backslash \\ & 7 \end{matrix}$$



$$10) 3x - 2x^2 = 0$$

$$x(3 - 2x) = 0$$

$$x = 0 \vee 3 - 2x = 0$$

\Downarrow

$$-2x = -3$$

$$x = \frac{3}{2}$$

$$S = \left\{0, \frac{3}{2}\right\}$$

$$11) 2(x - 3) = 2x + 6$$

$$2x - 6 = 2x + 6$$

$$0x = 12 \quad \text{Eq. imp.}$$

$$S = \emptyset$$

